

Rutherfordův rozptyl  
**Použití GSL knihovny**

Jan Schee

*ÚF FPF SU Opava 2012*

Odvodíme pohybové rovnice nabité částice s hmotností  $m$  a nábojem  $q$  ve statickém centrálním poli popsaném nábojem  $Q$ , čteme

$$V_Q = k \frac{Q}{r}$$

Hamiltonián soustavy (v polárních souřadnicích) je

$$H = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{p_\varphi^2}{2m r^2} + k \frac{qQ}{r}$$

Z Hamiltonových rovnic  $\frac{d x_i}{d t} = \frac{\partial H}{\partial p_i}$  a  $\frac{d p_i}{d t} = -\frac{\partial H}{\partial x_i}$  dostaneme výsledek

$$\frac{d p_r}{d t} = \frac{L^2}{m r^3} + k \frac{qQ}{r^2} \quad \text{a} \quad \frac{d p_\varphi}{d t} = 0 \Rightarrow p_\varphi = \textit{konst} = L$$

Dostáváme tak soustavu tří diferenciálních rovnic 1. řádu ve tvaru

$$\frac{d p_r}{d t} = \frac{L^2}{m r^3} + k \frac{q Q}{r^2} \quad (1a)$$

$$\frac{d r}{d t} = p_r \quad (1b)$$

$$\frac{d \varphi}{d t} = \frac{L}{m r^2} \quad (1c)$$

Konstanta  $L$  je azimutální moment hybnosti, který nastavujeme směr nalétávající částice vůči centru, kde leží náboj  $Q$ .

Nalétávající částici popisují tyto parametry:

$m$  – hmotnost

$q$  – elektrický náboj

$L$  – azimutální moment hybnosti

$E$  – celková energie

Centrální pole je popsáno parametry:

$k$  - konstanta

$Q$  – elektrický náboj

Definujeme strukturu

```
typedef struct {
    double m, q, L, E; //castice
    double k, Q; //centralni pole
}PARAMS;
```

## Funkce GSL knihovny očekávání soustavu definovanou ve funkci

```

int ode_sys(double t, const double y[], double f[], void *params)
{
    PARAMS *p; //obsahuje veliciny popisujici system
    double pr, r, ph; //radial. Sloz. Hyb., radial. sour., azimut. sour.
    double r2;

    p=(PARAMS *)params;

    //y - vstupni pole
    pr=y[0];
    r=y[1];
    ph=y[2];

    r2=r*r;
    // f - vystupni pole (prave strany soustavy (1))
    f[0] = p->L*p->L/ (p->m*r2*r) + p->Q*p->q/r2;
    f[1] = pr;
    f[2] = p->L/ (p->m*r2);
    // vratime uspesne ukoncení vypočtu
    return GSL_SUCCESS;
}

```

Před samotným řešením soustavy je potřeba definovat parametry soustavy a určit počáteční podmínky. Tj. zadáme konkrétní hodnoty, například

```
/* parametry systemu */
```

```
p.m = 1.0; p.q=0.1; p.k=1.0; p.Q=1.0;
```

```
/* pocatecni podminky */
```

```
p.E=1.0; p.L=0.2;
```

```
y[0]=-sqrt(2.0*(p.E - p.k*p.q*p.Q/r0) -p.L*p.L/(p.m*r0*r0)); //pr0
```

```
y[1]=r0; //r0
```

```
y[2]=phi0; //phi0
```

Trajektorii částice budeme sledovat od počátečního okamžiku  $t_0=0$  po

$t_{\max}=20.0$  (například).

```

/* integracni smycka */

p.m = 1.0; p.q=0.1; p.k=1.0; p.Q=1.0;

/* pocatecni podminky */

while (t < tmax)
{
    // integrační krok
    status = gsl_odeiv2_evolve_apply (e, c, s,
                                     &sys,
                                     &t, tmax,
                                     &h, y);

    //v pripade ze funkce gsl_..._evolve_... nedosahne
    //požadované přesnosti pak se integrace zastaví
    if (status != GSL_SUCCESS)
        break;

    // vytístení aktuálního kroku na standardní výstup
    printf (".5e %.5e %.5e %.5e %.5e %.5e\n", t, y[0],
            y[1], y[2], y[1]*cos(y[2]), y[1]*sin(y[2]));
}

```

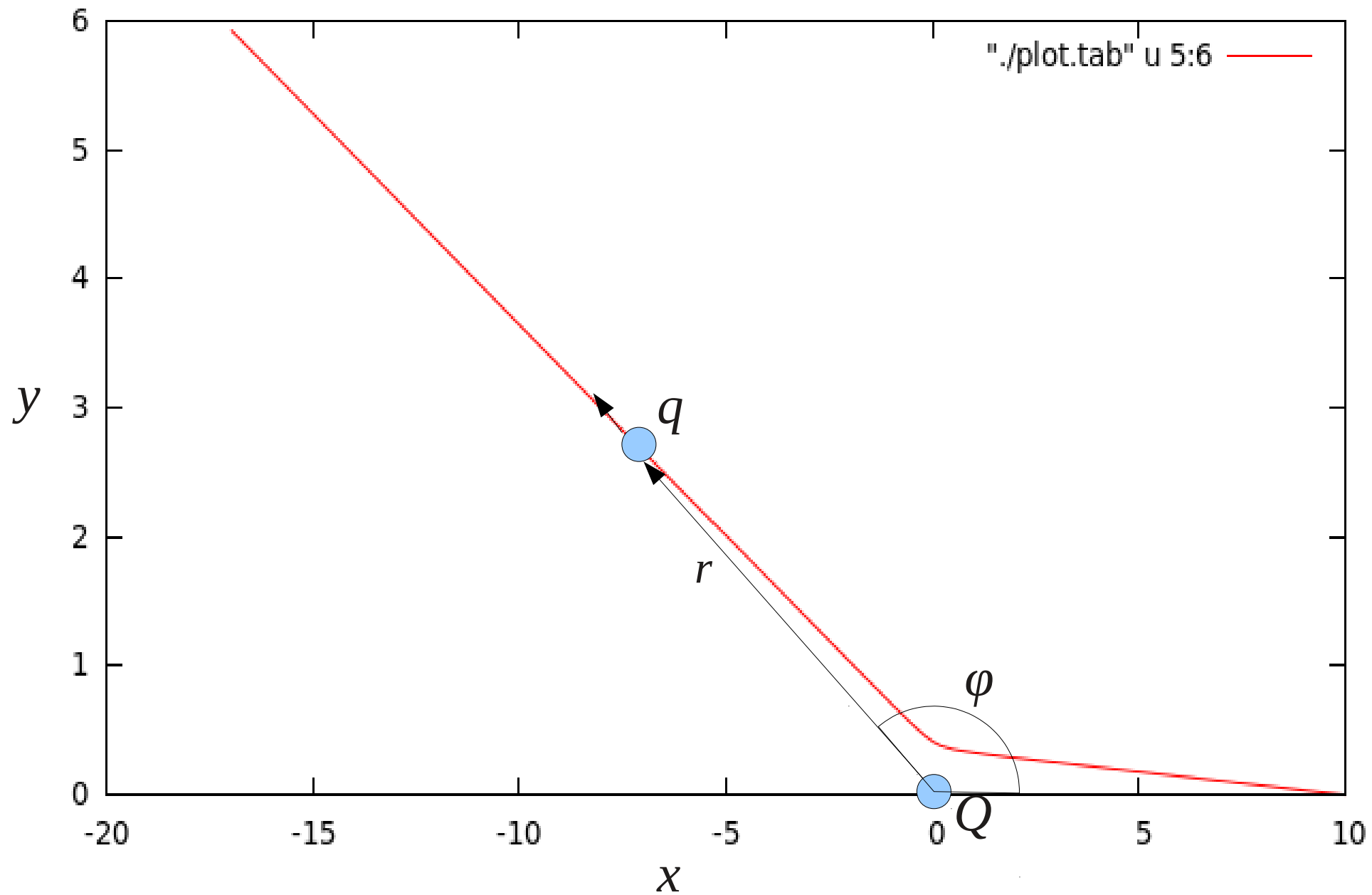
V přiloženém zdrojovém kódu, **rozptyl.c**, jsou parametry systému a pohybové konstanty načteny ze souboru, který má následující formát:

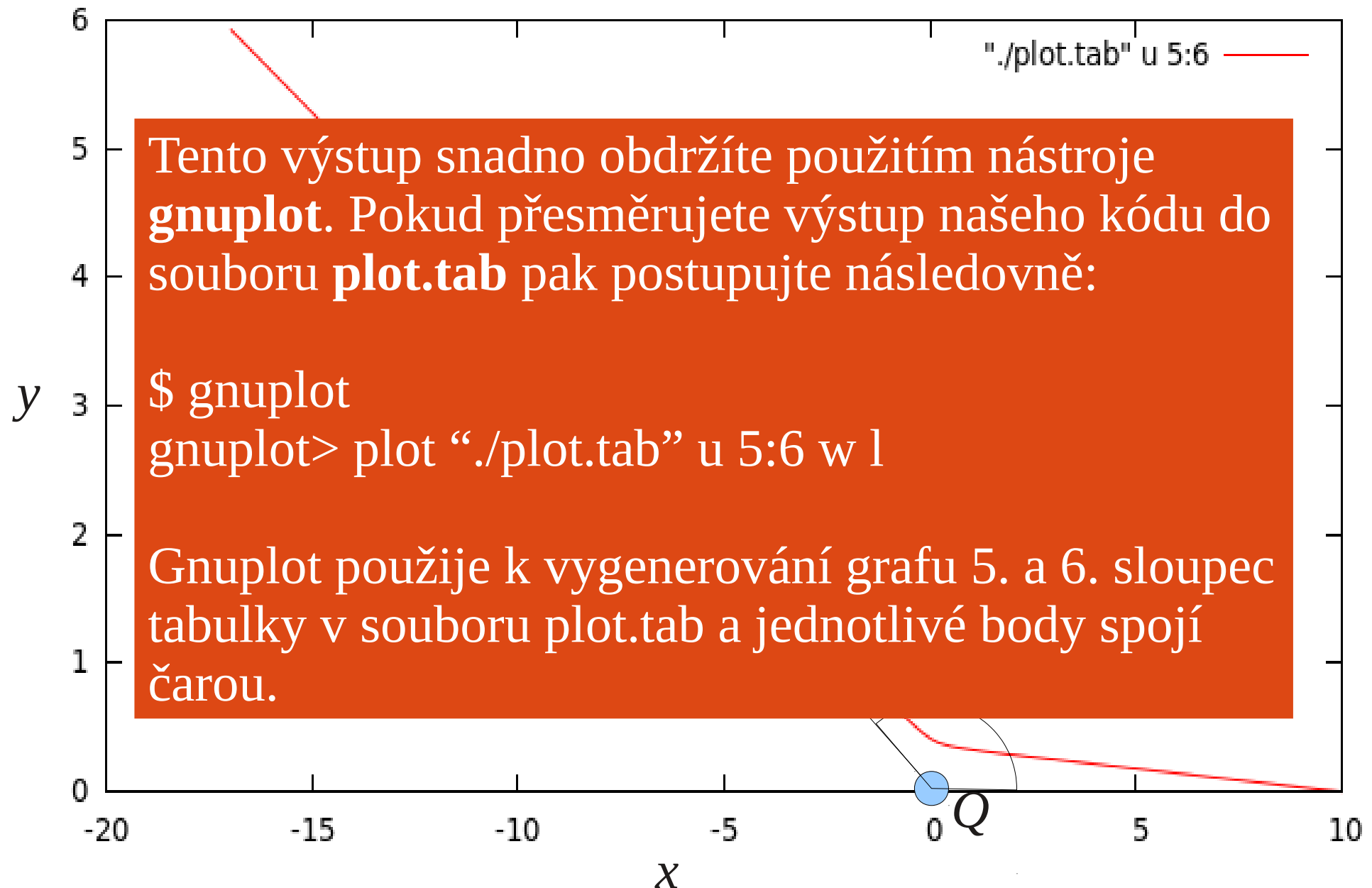
```
m 1.0
q 0.1
Q 1.0
k 1.0
L 0.5
E 1.0
r0 10.0
phi0 0.0
```

Tento zdrojový kód přeložíte následně:

```
$ gcc -o rozptyl rozptyl.c -lm -lgsl -lgslcblas
```

Tzn. Ke kódu rozptyl budou přilinkovány příslušné funkce z knihoven **libm**, **libgsl** a **libgslcblas**.





The End