

Numerická integrace II/II
Rombergova integrace

Jan Schee

ÚF FPF SU Opava 2012

Základem Rombergova integračního schématu (RIS) je Richardsonova extrapolace.

Definice: Proved', nějaký, numerický algoritmus pro různé hodnoty parametru h a pak extrapoluj výsledek v limitě $h \rightarrow 0$.

Numerický algoritmus použitý v RIS je *lichoběžníkové pravidlo* pro integraci a parametrem h bude *velikost integračního kroku*.

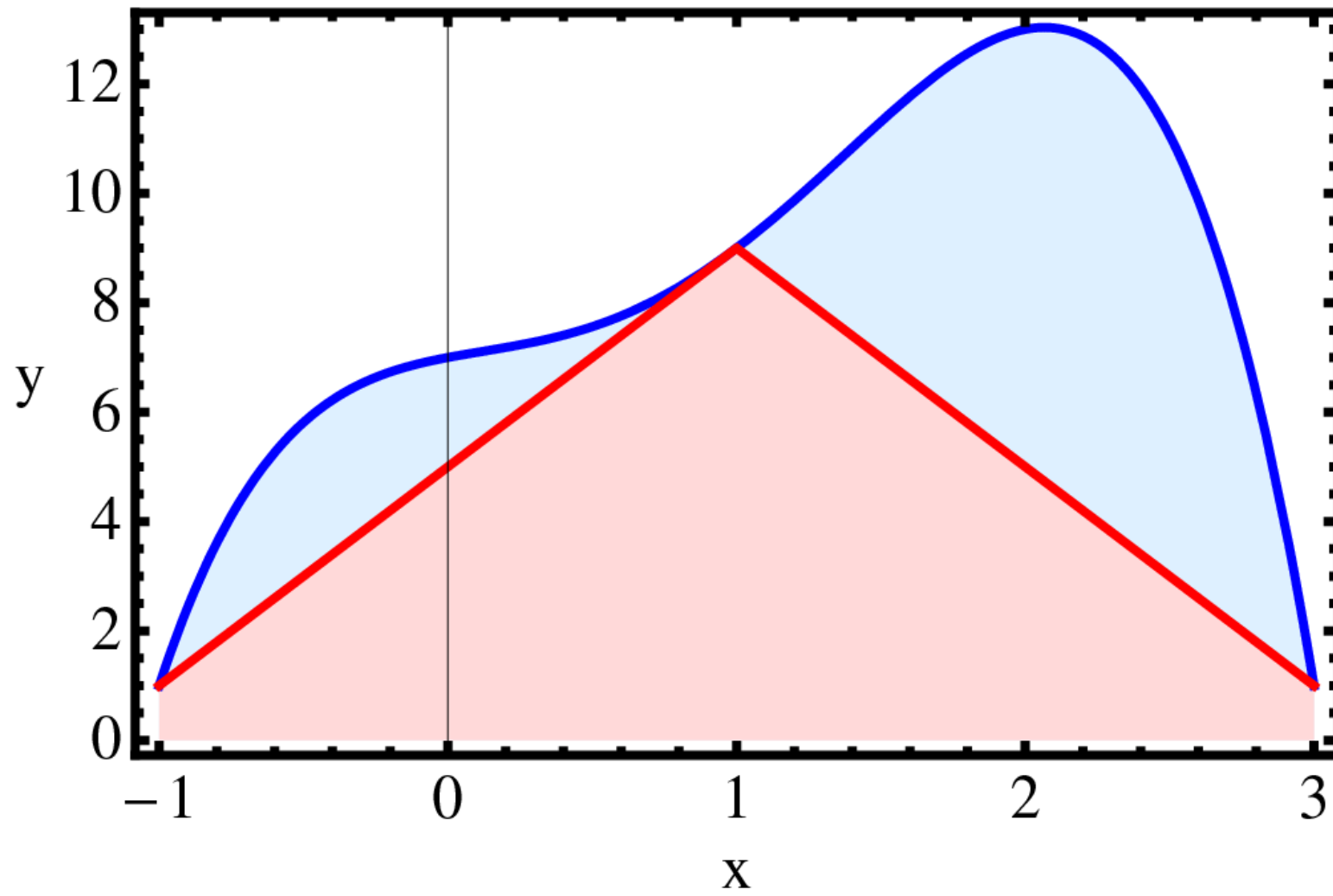


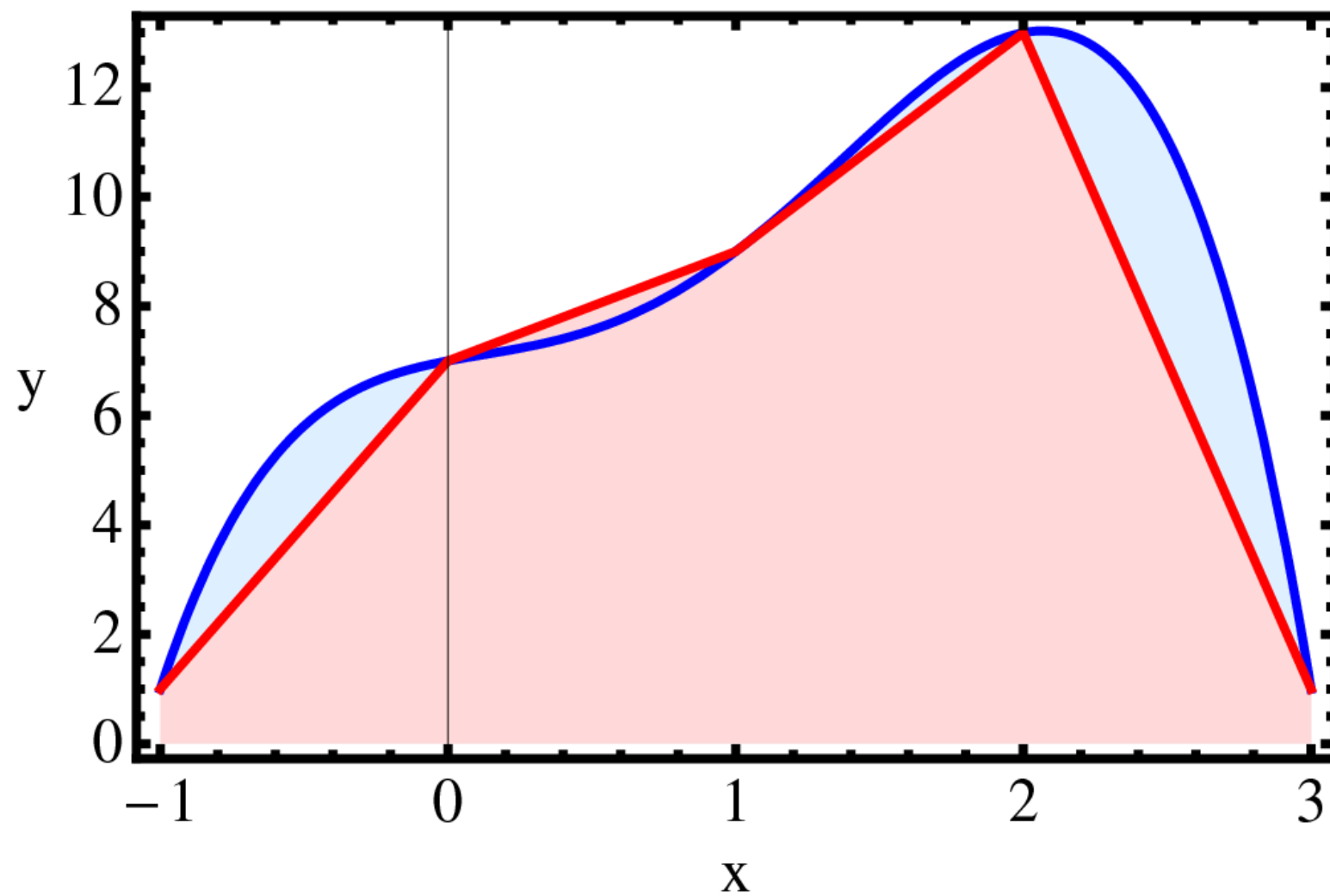
V pseudokódu vypadá výše zmíněný algoritmus takto

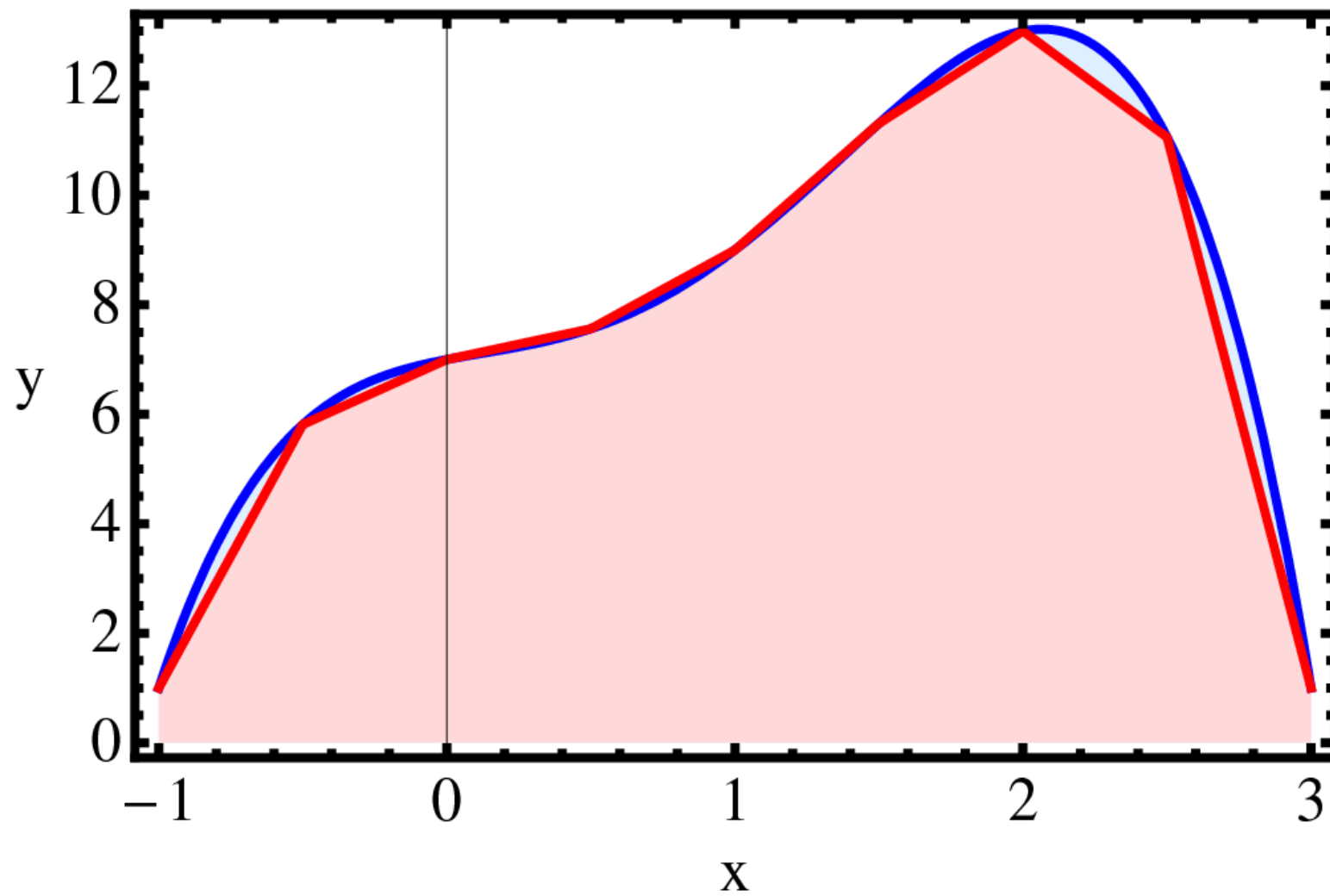
```
h[1]=1
```

```
for i=1 to NMAX  
    s[i]=lichobeznikove_pravidlo(f,a,b,h[i])  
    if i>K then  
        polynom_interpolace(h,s,i,0, s1,ds1)  
        If ds1<eps*s1 then return s1  
    end if  
    h[i]=h[i]*0.25  
end for
```

NMAX je maximální počet iterací a *K* je parametr určující iniciální velikost interpolační tabulky.

$N=2$ 

$N=4$ 

$N=8$ 

Napište funkci, která implementuje Rombergův algoritmus a numericky určete hodnotu integrálu funkce $f(x)=x^2 \sin(x)$ na intervalu $[0, \pi/2]$. Srovnejte s přesnou hodnotou, tzn., srovnejte s určitým integrálem

$$\int_0^{\pi/2} x^2 \sin(x) dx = \left[-x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x \right]_0^{\pi/2} \\ = \pi - 2 \approx 1.14159$$